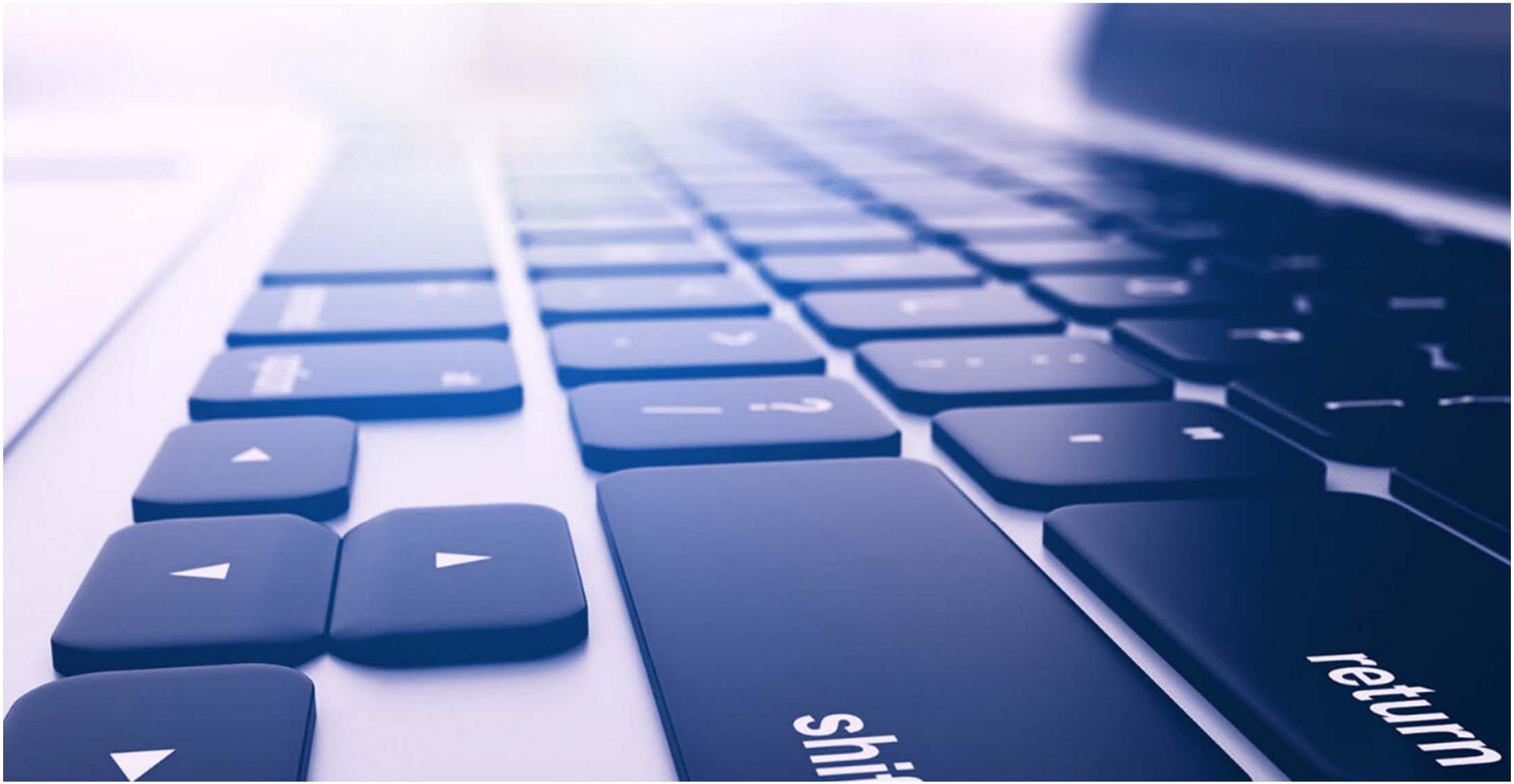

معماری کامپیوتر

جلسه اول: یادآوری مباحث از مدار منطقی

فصل یک تا انتهای ساده سازی توابع



- نمایش اعداد در مبنای دو
- محاسبات مبنای دو و مکمل دو
- جبر بول
- گیت های منطقی
- ساده سازی به روش نقشه های کارنو

اعداد علامت دار در مبنای دو به روش مکمل

عدد	بدون علامت	روش علامت مقدار	روش مکمل ۱	روش مکمل ۲
000	0	0	0	0
001	1	1	1	1
010	2	2	2	2
011	3	3	3	3
100	4	-0	-3	-4
101	5	-1	-2	-3
110	6	-2	-1	-2
111	7	-3	-0	-1

مثال عملیات 18-37 را به دو روش مکمل ۱ و مکمل ۲ انجام دهید

37 = 1 0 0 1 0 1 18 = 0 1 0 0 1 0 2's Complement (18) = 1 0 1 1 1 0

```
  1 0 0 1 0 1
+ 1 0 1 1 1 0
-------------
1 0 1 0 0 1 1 = 19
```

37 = 1 0 0 1 0 1 18 = 0 1 0 0 1 0 1's Complement (18) = 1 0 1 1 0 1

```
  1 0 0 1 0 1
1+1 0 1 1 0 1
-------------
  0 1 0 0 1 0
            1
-------------
0 1 0 0 1 1 = 19
```

مثال عملیات 18-12 را به دو روش مکمل ۱ و مکمل ۲ انجام دهید

12 = 0 1 1 0 0 18 = 1 0 0 1 0 2's complement(18) = 0 1 1 1 0

```
  0 1 1 0 0
+ 0 1 1 1 0
-----------
  1 1 0 1 0   2's complement(1 1 0 1 0) = 0 0 1 1 0 = - 6
```

12 = 0 1 1 0 0 18 = 1 0 0 1 0 1's complement(18) = 0 1 1 0 1

```
  0 1 1 0 0
+ 0 1 1 0 1
-----------
  1 1 0 0 1   1's complement(1 1 0 0 1) = 0 0 1 1 0 = - 6
```

خواص جبر بول

۱) خاصیت عضو خنثی یا همانی **(null element)**

$$a + 0 = a \quad a \cdot 1 = a$$

۲) خاصیت جابجایی **(Commutative property)**

$$a + b = b + a \quad ab = ba$$

۳) خاصیت شرکت‌پذیری **(associative property)**

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad a(bc) = (ab)c$$

۴) خاصیت توزیع‌پذیری **(Distributive Property)**

$$a + (bc) = (a + b)(a + c) \quad a(b + c) = ab + ac$$

۵) خاصیت خودتوانی **(Idempotence)**

$$a + a = a \quad aa = a$$

۶) مکمل معکوس **(reverse complement)**

$$a + \bar{a} = 1 \quad a\bar{a} = 0$$

۷) خاصیت جذب **(absorption)**

$$a(a+b)=a \qquad a+ab=a$$

۸) خاصیت شبه جذب

$$a(\bar{a}+b)=ab \quad a+\bar{a}b=a+b$$

۹) قاعده دمـــرگان **(De Morgan's Law)**

$$\overline{(a+b)}=\bar{a}\bar{b} \qquad \overline{(ab)}=\bar{a}+\bar{b}$$

۱۰)قاعده اجماع **(Consensus)**

$$ab+\bar{a}c+bc=ab+\bar{a}c$$
$$(a+b)(\bar{a}+c)(b+c)=(a+b)(\bar{a}+c)$$

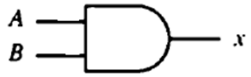
۱۱)نظریه بسط شـــــانون **(Shannon's Expansion Theorem)**

$$f(x_1,x_2.\dots,x_n)=x_1\,f(1,x_2.\dots,x_n)+\overline{x_1}\,f(0,x_2,\dots,x_n)$$
$$f(x_1,x_2,\dots,x_n)=\big(x_1+f(0,x_2.\dots,x_n)\big)\big(\overline{x_1}+f(1,x_2,\dots.,x_n)\big)$$

Basic Identities of Boolean Algebra

(1) $x + 0 = x$	(2) $x \cdot 0 = 0$
(3) $x + 1 = 1$	(4) $x \cdot 1 = x$
(5) $x + x = x$	(6) $x \cdot x = x$
(7) $x + x' = 1$	(8) $x \cdot x' = 0$
(9) $x + y = y + x$	(10) $xy = yx$
(11) $x + (y + z) = (x + y) + z$	(12) $x(yz) = (xy)z$
(13) $x(y + z) = xy + xz$	(14) $x + yx = (x + y)(x + z)$
(15) $(x + y)' = x'y'$	(16) $(xy)' = x' + y'$
(17) $(x')' = x$	

گیت های منطقی قسمت اول

Name	*Graphic symbol*	*Algebraic function*	*Truth table*
AND		$x = A \cdot B$ or $x = AB$	A B | x 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OR		$x = A + B$	A B | x 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
Inverter		$x = A'$	A | x 0 | 1 1 | 0
Buffer		$x = A$	A | x 0 | 0 1 | 1

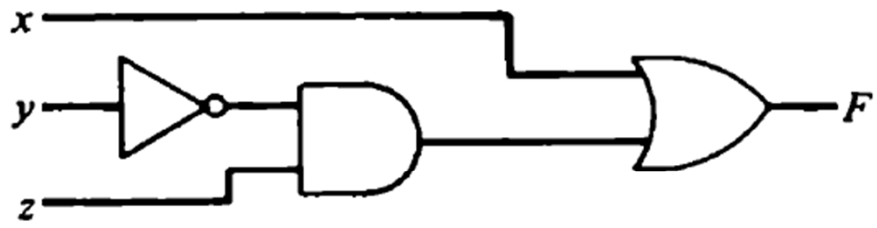
گیت های منطقی قسمت دوم

NOR	 $x = (A + B)'$	A B | x 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0
Exclusive-OR (XOR)	 $x = A \oplus B$ or $x = A'B + AB'$	A B | x 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
Exclusive-NOR or equivalence	 $x = (A \oplus B)'$ or $x = A'B' + AB$	A B | x 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1

Figure 1-3 Truth table and logic diagram for $F = x + y'z$.

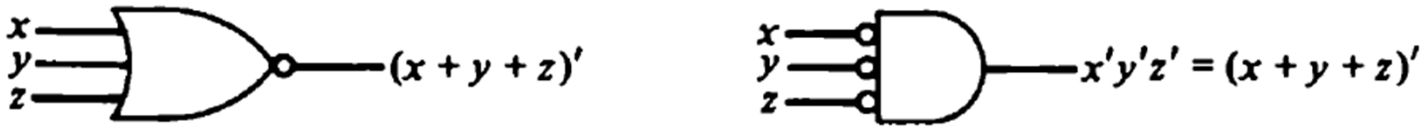
x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(a) Truth table



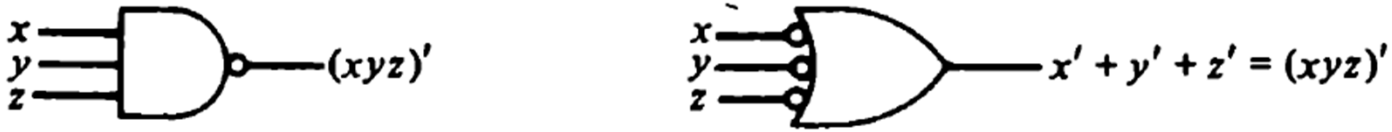
(b) Logic diagram

Figure 1-4 Two graphic symbols for NOR gate.



(a) OR-invert (b) invert-AND

Figure 1-5 Two graphic symbols for NAND gate.



(a) AND-invert (b) invert-OR

مینترم و ماکسترم و توابع

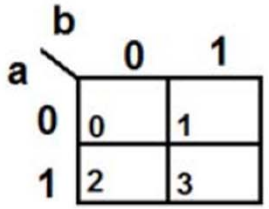
xyz	minterm	maxterm
000	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$(X+Y+Z)$
001	$\bar{x}\bar{y}z$	$(X+Y+\bar{Z})$
010	$\bar{x}y\bar{z}$	$(X+\bar{Y}+Z)$
011	$\bar{x}yz$	$(X+\bar{Y}+\bar{Z})$
100	$x\bar{y}\bar{z}$	$(\bar{X}+Y+Z)$
101	$x\bar{y}z$	$(\bar{X}+Y+\bar{Z})$
110	$xy\bar{z}$	$(\bar{X}+\bar{Y}+Z)$
111	xyz	$(\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Z})$

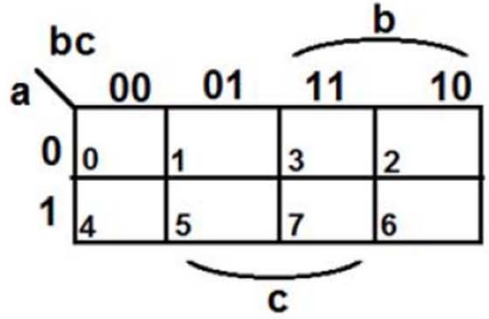
a b c	f(a,b,c)
000	0
001	1
010	1
011	0
100	1
101	0
110	0
111	1

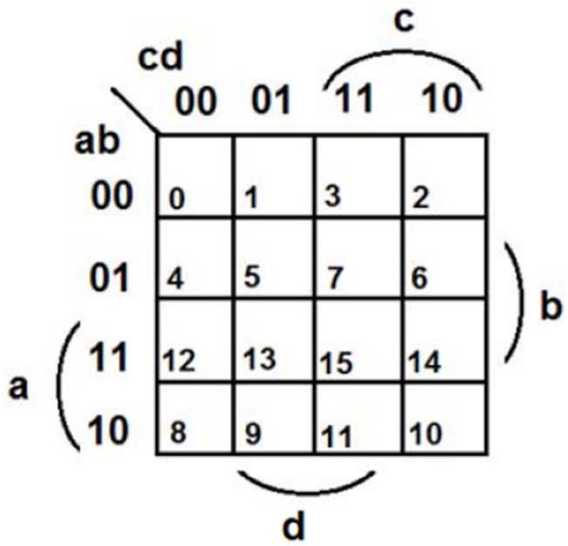
$$f(a,b,c) = \sum m(1,2,4,7)$$

$$f(a,b,c) = \prod M(0,3,5,6)$$

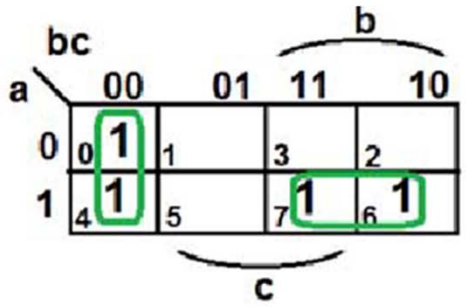
ساده سازی به روش کارنو جداول پایه



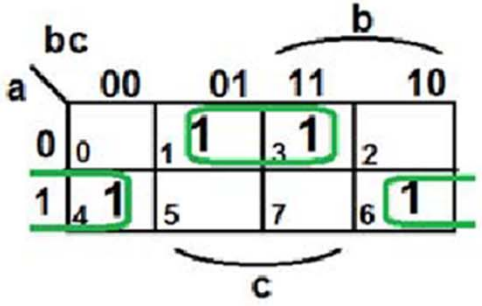




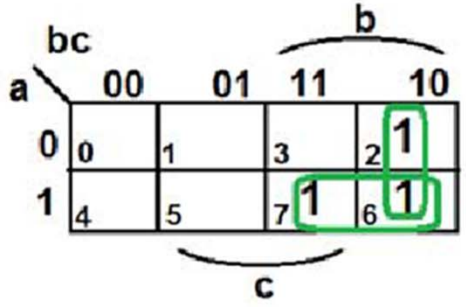
ساده سازی به روش کارنو مثال سه متغیره به روش SOP



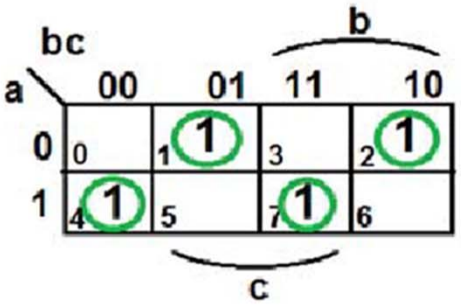
$\bar{b}\bar{c} + ab$



$a\bar{c} + \bar{a}c$

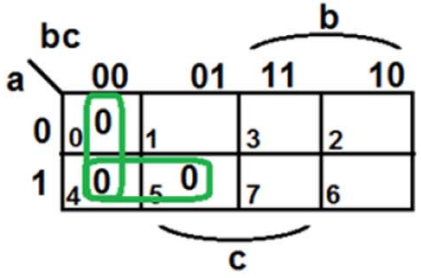


$b\bar{c} + ab$

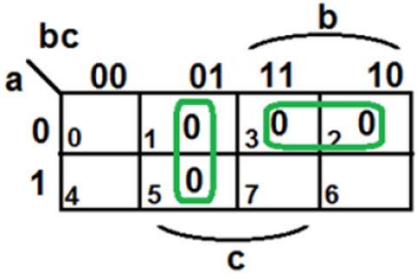


$XOR(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc$

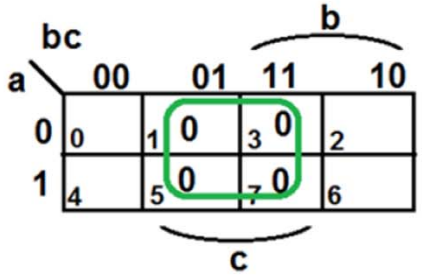
ساده سازی به روش کارنو مثال سه متغیره به روش POS



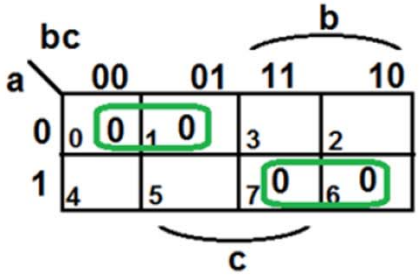
$\overline{\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}} = (b+c)(\bar{a}+b)$



$\overline{\bar{b}c + \bar{a}b} = (b+\bar{c})(a+\bar{b})$

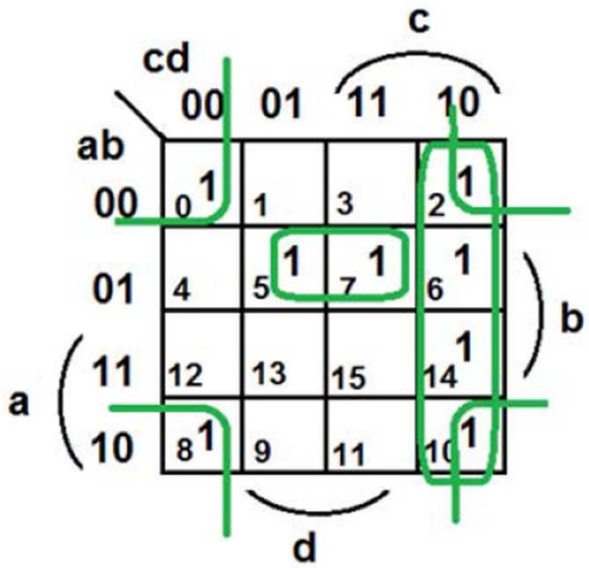


$\bar{c}$

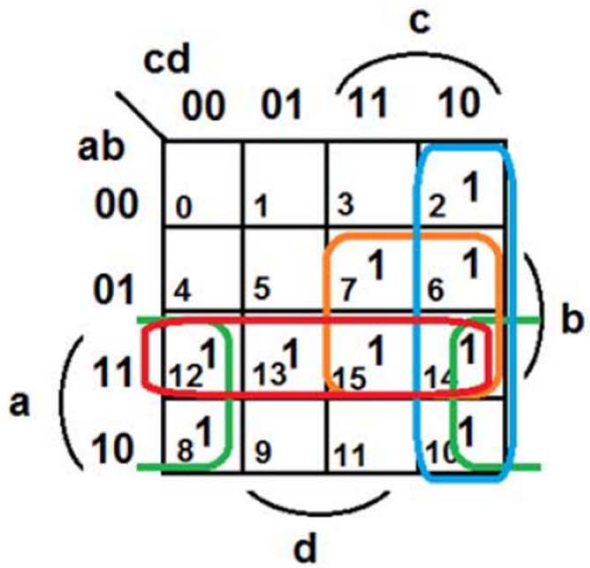


$\overline{\bar{a}\bar{b} + ab} = (a+b)(\bar{a}+\bar{b})$

ساده سازی به روش کارنو چهار متغیره به روش SOP

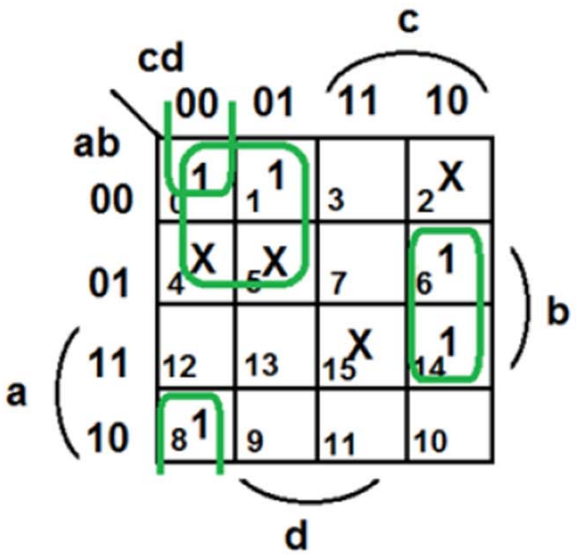


$\bar{b}\bar{d} + \bar{a}bd + c\bar{d}$

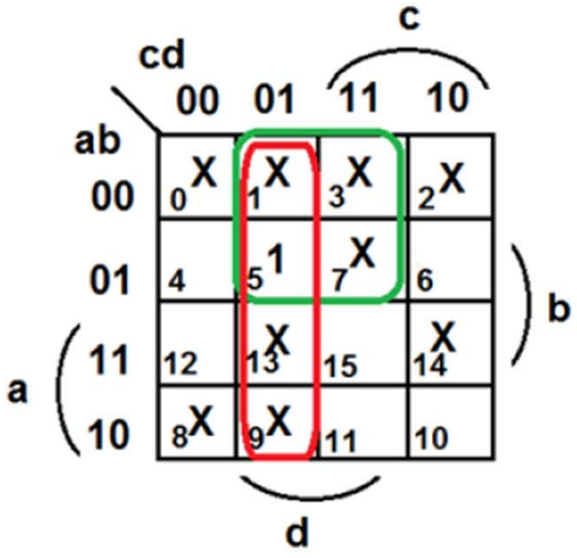


$a\bar{d} + ab + bc + c\bar{d}$

ساده سازی به روش کارنو چهار متغیره به روش SOP با در نظر گرفتن حالات بدون اهمیت



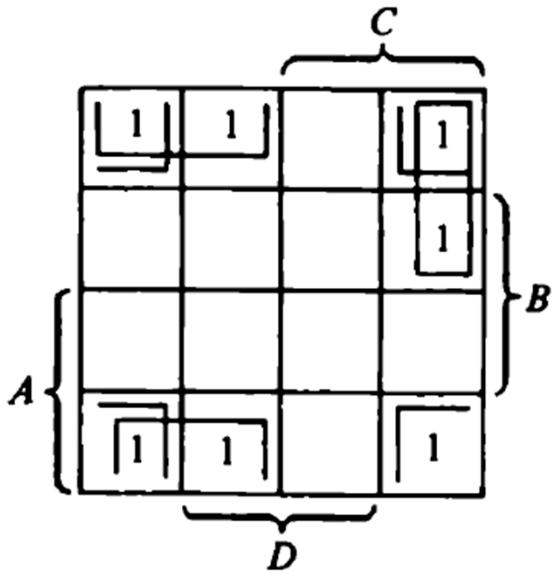
$\bar{b}\bar{c}\bar{d} + \bar{a}\bar{c} + b\bar{c}\bar{d}$



$\bar{a}d$ یا $\bar{c}d$

ساده سازی به روش کارنو چهار متغیره کتاب موریس مانو

Figure 1-10 Map for $F(A, B, C, D) = \Sigma(0,1,2,6,8,9,10)$.



$$\bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D} + \bar{A}C\bar{D}$$