معماری کامپیوتر

جلسه اول: یادآوری مباحث از مدار منطقی

فصل یک تا انتهای ساده سازی توابع

- نمایش اعداد در مبنای دو
- محاسبات مبنای دو و مکمل دو
- جبر بول
- گیت های منطقی
- ساده سازی به روش نقشه های کارنو

اعداد علامت دار در مبنای دو به روش مکمل

عدد	بدون علامت	روش علامت مقدار	روش مکمل ۱	روش مکمل ۲
000	0	0	0	0
001	1	1	1	1
010	2	2	2	2
011	3	3	3	3
100	4	-0	-3	-4
101	5	-1	-2	-3
110	6	-2	-1	-2
111	7	-3	-0	-1

مثال عملیات 18-37 را به دو روش مکمل ۱ و مکمل ۲ انجام دهید

37 = 1 0 0 1 0 1 18 = 0 1 0 0 1 0 2's Complement (18) = 1 0 1 1 1 0

1 0 0 1 0 1
+ 1 0 1 1 1 0
$\cancel{1}$ 0 1 0 0 1 1 = 19

37 = 1 0 0 1 0 1 18 = 0 1 0 0 1 0 1's Complement (18) = 1 0 1 1 0 1

1 0 0 1 0 1
1 + 1 0 1 1 0 1
0 1 0 0 1 0
1
0 1 0 0 1 1 = 19

مثال عملیات 18-12 را به دو روش مکمل ۱ و مکمل ۲ انجام دهید

12 = 0 1 1 0 0 18 = 1 0 0 1 0 2's complement(18) = 0 1 1 1 0

0 1 1 0 0
+ 0 1 1 1 0

1 1 0 1 0 2's complement(1 1 0 1 0) = 0 0 1 1 0 = - 6

12 = 0 1 1 0 0 18 = 1 0 0 1 0 1's complement(18) = 0 1 1 0 1

0 1 1 0 0
+ 0 1 1 0 1

1 1 0 0 1 1's complement(1 1 0 0 1) = 0 0 1 1 0 = - 6

خواص جبر بول

۱) خاصیت عضو خنثی یا همانی **(null element)**

$a + 0 = a \quad a \cdot 1 = a$

۲) خاصیت جابجایی **(Commutative property)**

$a + b = b + a \quad ab = ba$

۳) خاصیت شرکت‌پذیری **(associative property)**

$a + (b + c) = (a + b) + c \quad a(bc) = (ab)c$

۴) خاصیت توزیع‌پذیری **(Distributive Property)**

$a + (bc) = (a + b)(a + c) \quad a(b + c) = ab + ac$

۵) خاصیت خودتوانی **(Idempotence)**

$a + a = a \quad aa = a$

۶) مکمل معکوس **(reverse complement)**

$a + \bar{a} = 1 \quad a\bar{a} = 0$

---

۷) خاصیت جذب **(absorption)**

$a(a + b) = a \qquad a + ab = a$

۸) خاصیت شبه جذب

$a(\bar{a} + b) = ab \quad a + \bar{a}b = a + b$

۹) قاعده دمـــــرگان **(De Morgan's Law)**

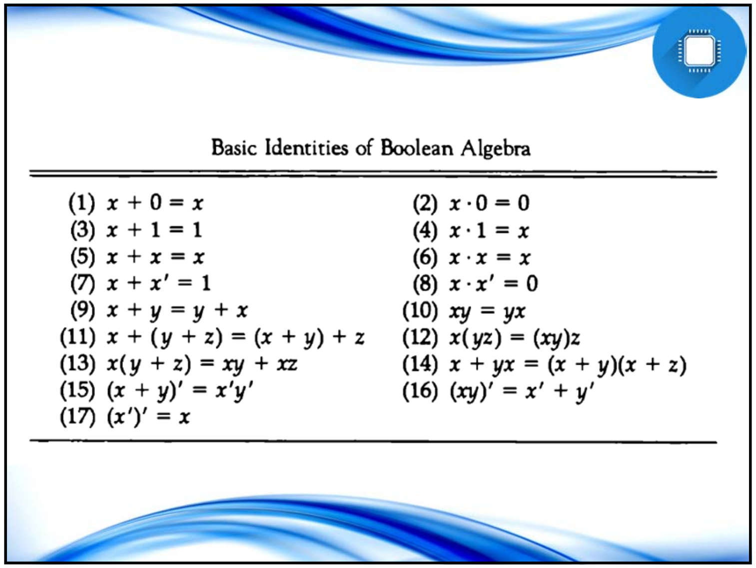
$\overline{(a + b)} = \bar{a}\bar{b} \qquad \overline{(ab)} = \bar{a} + \bar{b}$

۱۰)قاعده اجماع **(Consensus)**

$$ab + \bar{a}c + bc = ab + \bar{a}c$$
$$(a + b)(\bar{a} + c)(b + c) = (a + b)(\bar{a} + c)$$

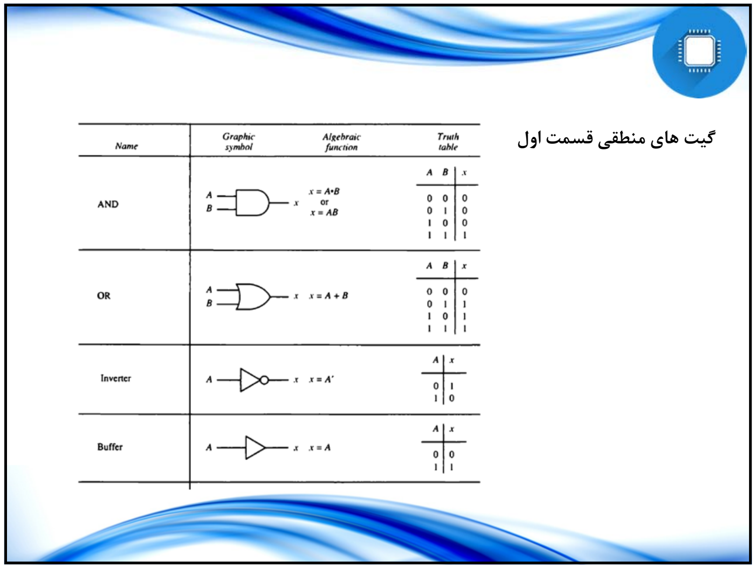
۱۱)نظریه بسط شـــــانون **(Shannon's Expansion Theorem)**

$$f(x_1, x_2. \ldots, x_n) = x_1\, f(1, x_2. \ldots, x_n) + \overline{x_1}\, f(0, x_2, \ldots, x_n)$$
$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \left(x_1 + f(0, x_2. \ldots, x_n)\right)\left(\overline{x_1} + f(1, x_2, \ldots., x_n)\right)$$



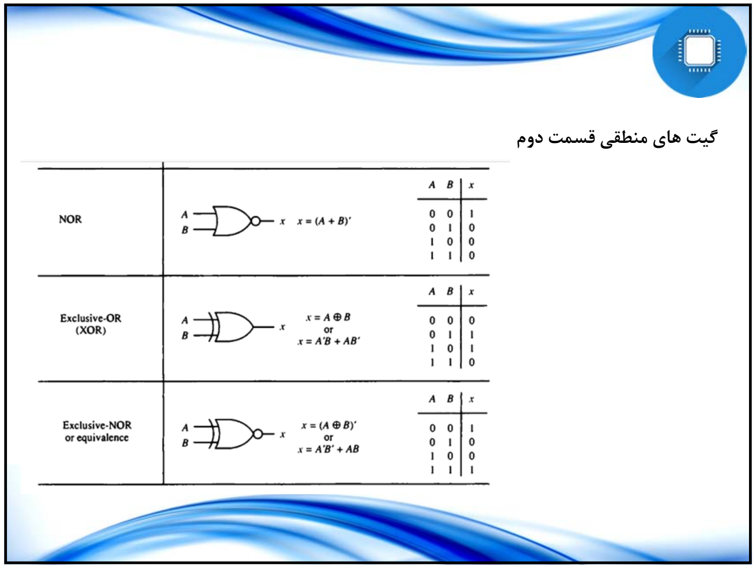
Basic Identities of Boolean Algebra

(1) $x + 0 = x$	(2) $x \cdot 0 = 0$
(3) $x + 1 = 1$	(4) $x \cdot 1 = x$
(5) $x + x = x$	(6) $x \cdot x = x$
(7) $x + x' = 1$	(8) $x \cdot x' = 0$
(9) $x + y = y + x$	(10) $xy = yx$
(11) $x + (y + z) = (x + y) + z$	(12) $x(yz) = (xy)z$
(13) $x(y + z) = xy + xz$	(14) $x + yx = (x + y)(x + z)$
(15) $(x + y)' = x'y'$	(16) $(xy)' = x' + y'$
(17) $(x')' = x$	



گیت های منطقی قسمت اول

Name	Graphic symbol	Algebraic function	Truth table
AND	A B x	$x = A \cdot B$ or $x = AB$	A B | x 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OR	A B x	$x = A + B$	A B | x 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
Inverter	A x	$x = A'$	A | x 0 | 1 1 | 0
Buffer	A x	$x = A$	A | x 0 | 0 1 | 1



گیت های منطقی قسمت دوم

NOR	A B x	$x = (A + B)'$	A B | x 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0
Exclusive-OR (XOR)	A B x	$x = A \oplus B$ or $x = A'B + AB'$	A B | x 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
Exclusive-NOR or equivalence	A B x	$x = (A \oplus B)'$ or $x = A'B' + AB$	A B | x 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1

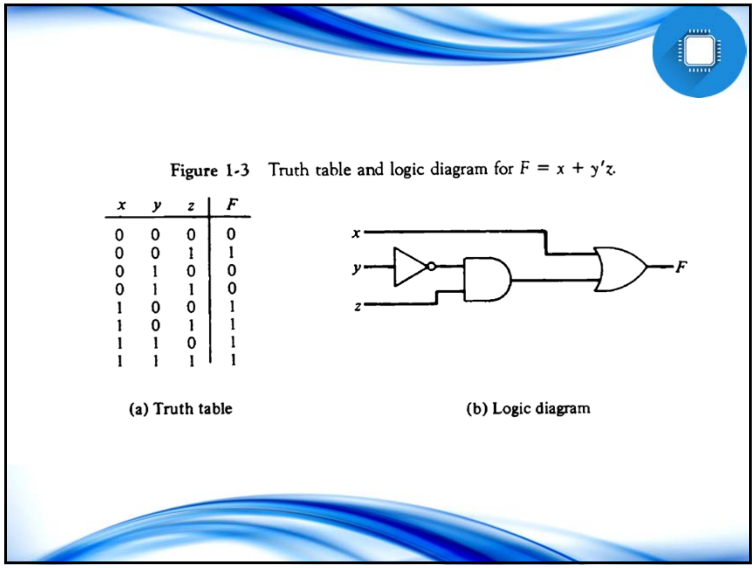


Figure 1-3 Truth table and logic diagram for $F = x + y'z$.

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

(a) Truth table

(b) Logic diagram

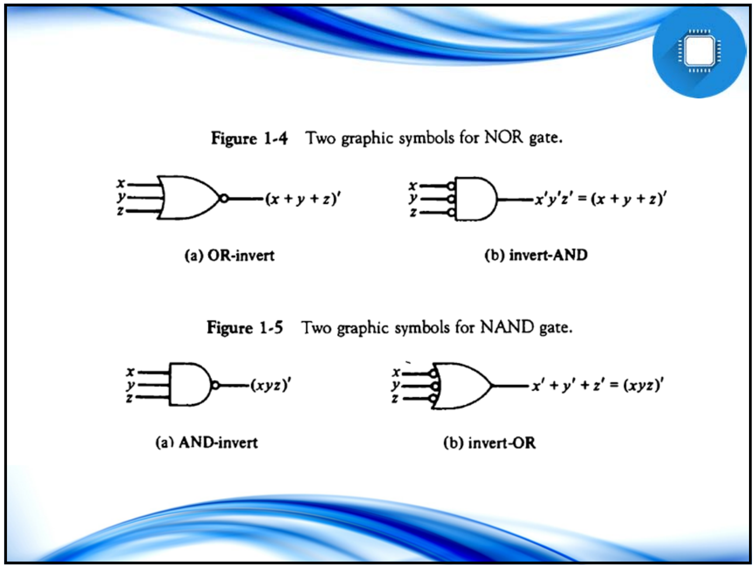
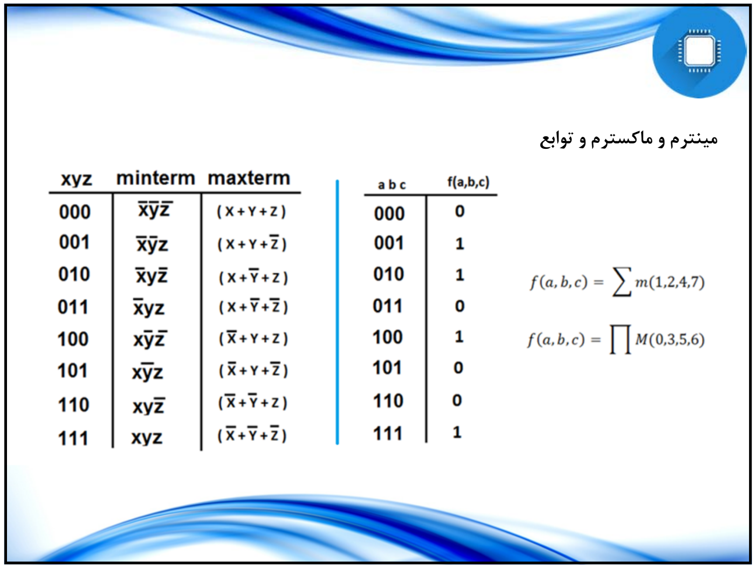


Figure 1-4 Two graphic symbols for NOR gate.

(a) OR-invert (b) invert-AND

Figure 1-5 Two graphic symbols for NAND gate.

(a) AND-invert (b) invert-OR

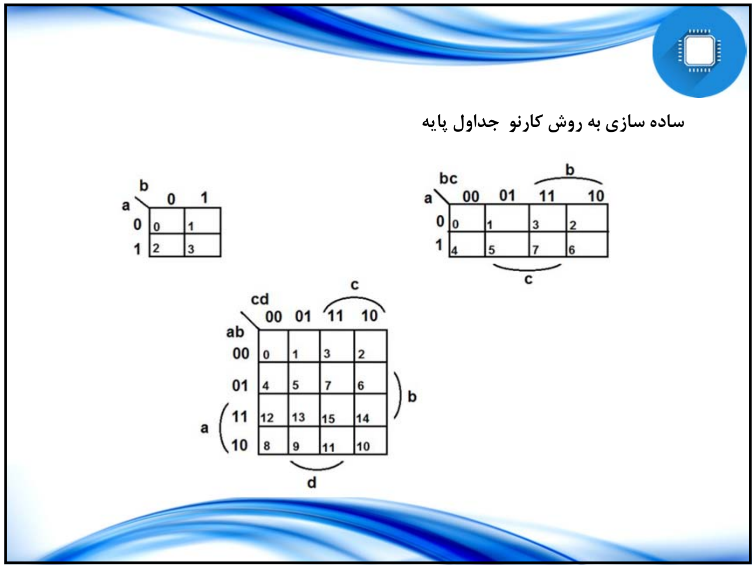

مینترم و ماکسترم و توابع

xyz	minterm	maxterm
000	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$(X+Y+Z)$
001	$\bar{x}\bar{y}z$	$(X+Y+\bar{Z})$
010	$\bar{x}y\bar{z}$	$(X+\bar{Y}+Z)$
011	$\bar{x}yz$	$(X+\bar{Y}+\bar{Z})$
100	$x\bar{y}\bar{z}$	$(\bar{X}+Y+Z)$
101	$x\bar{y}z$	$(\bar{X}+Y+\bar{Z})$
110	$xy\bar{z}$	$(\bar{X}+\bar{Y}+Z)$
111	xyz	$(\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Z})$

a b c	f(a,b,c)
000	0
001	1
010	1
011	0
100	1
101	0
110	0
111	1

$$f(a,b,c) = \sum m(1,2,4,7)$$

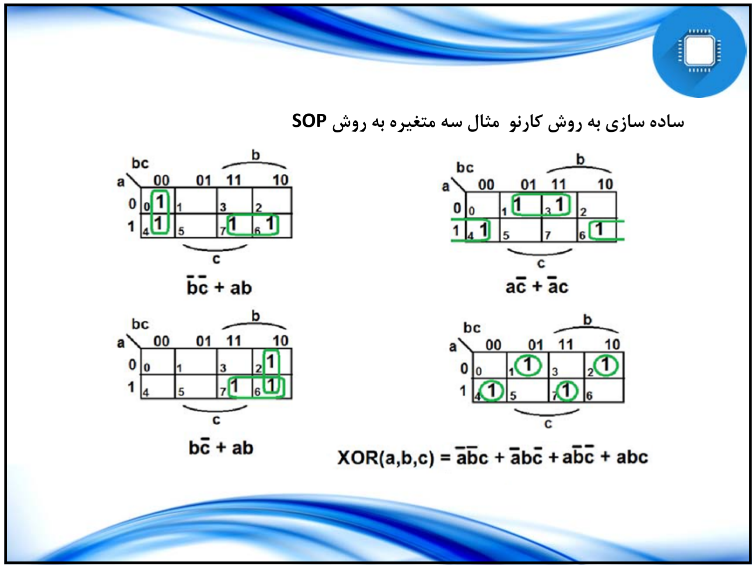
$$f(a,b,c) = \prod M(0,3,5,6)$$


ساده سازی به روش کارنو جداول پایه

a \ b	0	1
0	0	1
1	2	3

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10


ساده سازی به روش کارنو مثال سه متغیره به روش SOP

a \ bc	00	01	11	10
0	0 1	1	3	2
1	4 1	5	7 1	6 1

$\bar{b}\bar{c} + ab$

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1 1	3 1	2
1	4 1	5	7	6 1

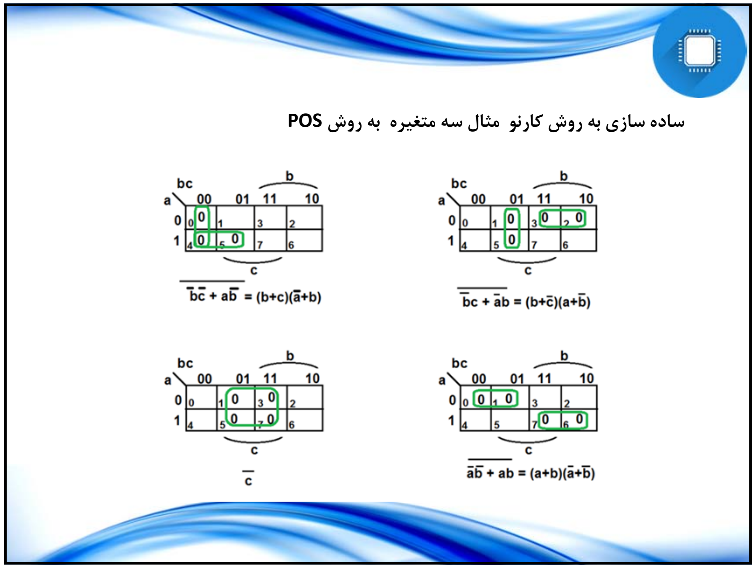
$a\bar{c} + \bar{a}c$

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	3	2 1
1	4	5	7 1	6 1

$b\bar{c} + ab$

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1 1	3	2 1
1	4 1	5	7 1	6

$\mathrm{XOR}(a,b,c) = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + abc$



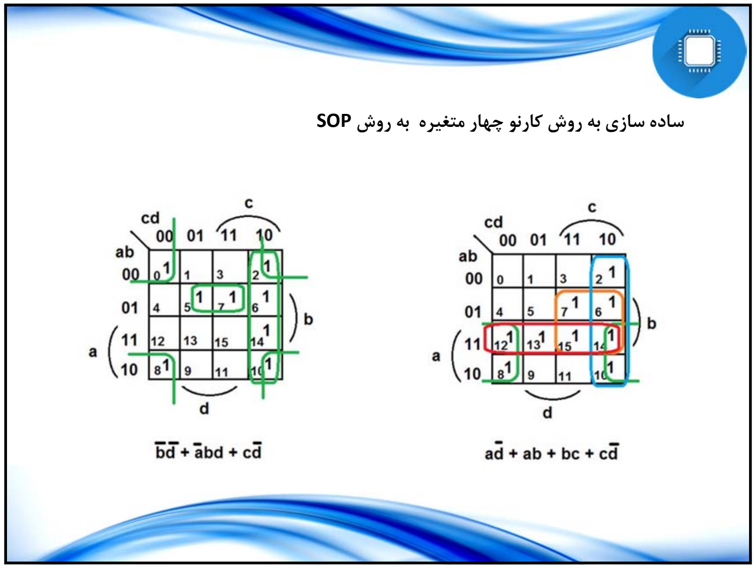
ساده سازی به روش کارنو مثال سه متغیره به روش POS

$\overline{\bar b\bar c + a\bar b} = (b+c)(\bar a+b)$

$\overline{\bar b c + \bar a b} = (b+\bar c)(a+\bar b)$

$\bar c$

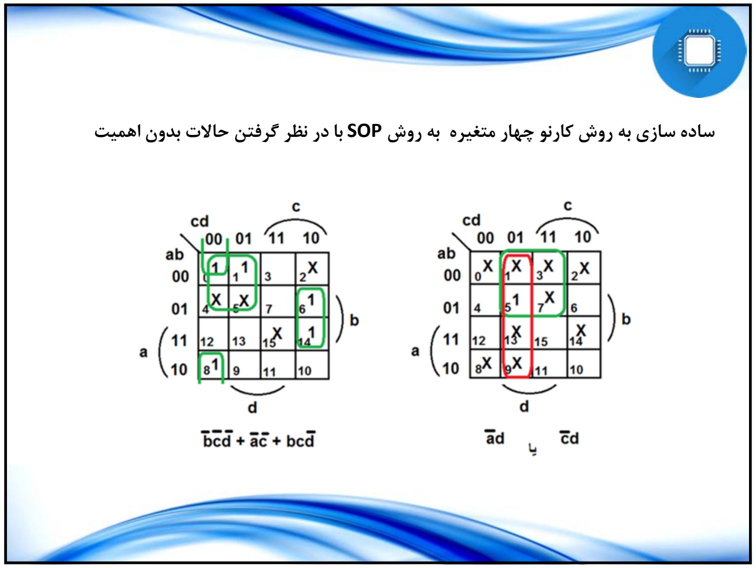
$\overline{\bar a\bar b + ab} = (a+b)(\bar a+\bar b)$



ساده سازی به روش کارنو چهار متغیره به روش SOP

$\bar b\bar d + \bar a bd + c\bar d$

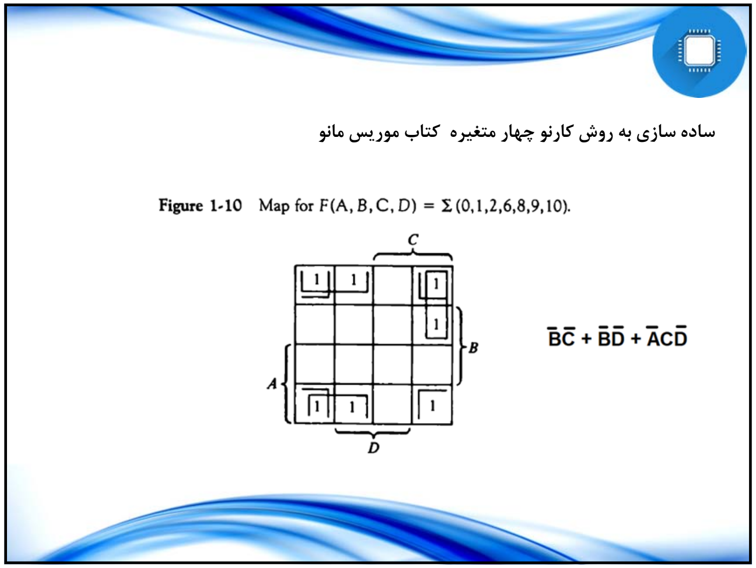
$a\bar d + ab + bc + c\bar d$



ساده سازی به روش کارنو چهار متغیره به روش SOP با در نظر گرفتن حالات بدون اهمیت

$\bar b\bar c\bar d + \bar a\bar c + bc\bar d$

$\bar a d$ یا $\bar c d$



ساده سازی به روش کارنو چهار متغیره کتاب موریس مانو

Figure 1-10 Map for $F(A, B, C, D) = \Sigma(0,1,2,6,8,9,10)$.

$\bar B\bar C + \bar B\bar D + \bar A C\bar D$